Ⅰ 次の問題１，２に答えよ．解答はそれぞれ所定の用紙に書け．

問題１　問１～問５に答えよ．

問１　熱力学の第一法則より，内部エネルギー変化 dU は dU=δq+δw（δq： 吸収した熱，δw: 外部からの仕事）で与えられる．温度 T における，このときのエントロピー変化 dS とδq の関係を示せ．（以下では，p と V はそれぞれ圧力と体積を意味する．）

問２　A が $A=U-TS$ により定義されるとき，一定体積，一定温度の下で自発的変化に対する dA の符号について理由を付して述べよ．

問３　可逆過程における仕事δw を p などにより表し，このときの A の全微分 dA を求めよ．ただし，分子数は一定とする．

問４　問３から，$\left(\dfrac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \left(\dfrac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ であることを示せ．

問５　$\left(\dfrac{\partial A}{\partial V}\right)_T = \left(\dfrac{\partial U}{\partial V}\right)_T - T\left(\dfrac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ と問 4 の結果，また状態方程式より，一定温度下の理想気体の内部エネルギーが体積に依存しないことを示せ．

問題２　一次元の箱の中の粒子（質量 m）の運動について，次の問に答えよ．
箱の大きさを a として，箱の左端を x=0，右端を x=a とする．位置エネルギーは箱の中では，V=0，箱の外では $V=\infty$ とする．必要なら次の積分を用いよ．

$$\int x\sin^2\alpha x\mathrm{d}x = \frac{x^2}{4} - \frac{x\sin 2\alpha x}{4\alpha} - \frac{\cos 2\alpha x}{8\alpha^2}$$

$$\int x^2\sin^2\alpha x\mathrm{d}x = \frac{x^3}{6} - \left(\frac{x^2}{4\alpha} - \frac{1}{8\alpha^3}\right)\sin 2\alpha x - \frac{x\cos 2\alpha x}{4\alpha^2}$$

問１　エネルギーに関するシュレーディンガー方程式を書き下し，波動関数が

$\Psi_n = \sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi x}{a}$　$(0 \le x \le a)\,(n = 1,2,3\cdots)$ で与えられることを示せ．

問２　運動量の平均値　$\langle p_x \rangle$ を求めよ．ここで，$\hat{p}_x = -i\hbar\,\mathrm{d}/\mathrm{d}x$

問３　$\langle p_x^2 \rangle$を求めよ．

問４　問３の結果を利用して，粒子のエネルギーを与える式を示せ．

問５　粒子の平均位置$\langle x \rangle$および$\langle x^2 \rangle$を求めよ．

問６　p_x の標準偏差$\sigma(p_x)$ は $\sigma(p_x) = (\langle p_x^2 \rangle - \langle p_x \rangle^2)^{1/2}$ で与えられる．$\sigma(x)$も同様である．$\sigma(p_x)$と$\sigma(x)$の積を計算せよ．また，その値は何を意味するか．